九年级数学上册 本章复习同步测试1

类型之一　一元二次方程的有关概念

1．方程$(m+2)x^{|m|}+3mx+1=0$是关于x的一元二次方程，则(　B　)

A．$m=\pm2$　B．$m=2$　C．$m=-2$　D．$m\neq\pm2$

【解析】 由一元二次方程的定义知$\begin{cases}|m|=2,\\m+2\neq0,\end{cases}$即$\begin{cases}m=\pm2,\\m\neq-2,\end{cases}$　$\therefore m=2$.

2．设x^2，x_2是方程$x^2-x-2\ 013=0$的两实数根，则$x_1^3+2\ 014x_2-2\ 013=$__2__014__.

3．已知x是一元二次方程$x^2-2x+1=0$的根，求代数式$\frac{x-3}{3x^2-6x}\div\left(x+2-\frac{5}{x-2}\right)$的值.

解：$\because x^2-2x+1=0$，$\therefore x_1=x_2=1$，

$\therefore$原式$=\frac{x-3}{3x(x-2)}\div\frac{x^2-9}{x-2}$

$=\frac{x-3}{3x(x-2)}\times\frac{x-2}{(x+3)(x-3)}=\frac{1}{3x(x+3)}=\frac{1}{12}$.

类型之二　一元二次方程的解法

4．用括号中的方法解下列方程：

(1)$5(x+1)^2=\frac{4}{5}$(直接开平方法)；

(2)$9(x-2)^2=4(x+1)^2$(因式分解法)；

(3)$4x^2+5=12x$(配方法)；

(4)$2x^2-3x-1=0$(公式法).

【解析】 (1)把方程化为形如$(x+m)^2=n(n\geq0)$的形式后，直接开平方；

(2)运用平方差公式因式分解；

(3)把方程化为一般形式，再配方；

(4)把方程化为一般形式，确定a，b，c的值，代入公式中计算.

解：(1)原方程可化为$(x+1)^2=\frac{4}{25}$，

两边同时开方，得$x+1=\pm\frac{2}{5}$，

即$x+1=\frac{2}{5}$或$x+1=-\frac{2}{5}$，

$\therefore x_1=-\frac{3}{5}$，$x_2=-\frac{7}{5}$；

(2)原方程可化为$[3(x-2)]^2-[2(x+1)]^2=0$，

$\therefore[3(x-2)+2(x+1)][3(x-2)-2(x+1)]=0$，即$(5x-4)(x-8)=0$，

$\therefore 5x-4=0$或$x-8=0$，$\therefore x_1=\frac{4}{5}$，$x_2=8$；

(3)移项，得$4x^2-12x=-5$，

$\therefore x^2-3x=-\frac{5}{4}$，

配方，得$x^2-3x+\left(-\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{5}{4}+\left(-\frac{3}{2}\right)^2$，

即$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=1$，$\therefore x-\frac{3}{2}=\pm 1$，

$\therefore x_1=\frac{5}{2}$，$x_2=\frac{1}{2}$；

(4)$\because a=2$，$b=-3$，$c=-1$，

$b^2-4ac=(-3)^2-4\times 2\times(-1)=17>0$，

$\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{17}}{2\times 2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$，

$\therefore x_1=\frac{3+\sqrt{17}}{4}$，$x_2=\frac{3-\sqrt{17}}{4}$.

5．关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+k=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围为(　A　)

A．$k<1$　B．$k>1$　C．$k<-1$　D．$k>-1$

【解析】 ∵关于 x 的一元一次方程 $x^2-2x+k=0$ 有两个不相等的实数根，∴$\Delta>0$，即 $4-4k>0$，$k<1$.

类型之三　一元二次方程根的判别式

6．若关于 x 的一元二次方程 $kx^2-2x-1=0$ 有两个不相等的实数根，则实数 k 的取值范围是(　D　)

A．$k>-1$　　B．$k<1$ 且 $k\neq 0$

C．$k\geq -1$ 且 $k\neq 0$　D．$k>-1$ 且 $k\neq 0$

7．关于 x 的一元二次方程$(a-1)x^2-2x+3=0$ 有实数根，则整数 a 的最大值是(　C　)

A．2　B．1

C．0　D．-1

8．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+b=0$ 有两个相等的实数根，则 b 的值是__0 或 4__.

9．关于 x 的一元二次方程为$(m-1)x^2-2mx+m+1=0$

(1)求出方程的根；

(2)m 为何整数时，此方程的两个根都为正整数？

解： (1)根据题意得 $m\neq 1$，

$\Delta=(-2m)^2-4(m-1)(m+1)=4$，

$\therefore x_1=\frac{2m+2}{2(m-1)}=\frac{m+1}{m-1}$，

$x_2=\frac{2m-2}{2(m-1)}=1$，

(2)由(1)知 $x_1=\frac{m+1}{m-1}=1+\frac{2}{m-1}$，

∵方程的两个根都是正整数，

$\therefore \frac{2}{m-1}$是正整数，

$\therefore m-1=1$ 或 2.

$\therefore m=2$ 或 3.

类型之四　一元二次方程根与系数的关系

10．已知α、β是关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m+3)x+m^2=0$ 的两个不相等的实数根，且满足$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=-1$，则 m 的值是(　A　)

A．3　　　　　　　　B．1

C．3 或－1　D．－3 或 1

11．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2k+1)x+k^2+2k=0$ 有两个实数根 x_1，x_2.

(1)求实数 k 的取值范围；

(2)是否存在实数 k 使得 $x_1 \cdot x_2-x_1^2-x_2^2 \geqslant 0$ 成立？若存在，请求出 k 的值；若不存在，请说明理由.

解：(1)∵原方程有两个实数根，

∴$[-(2k+1)]^2-4(k^2+2k)\geq 0$，

∴$4k^2+4k+1-4k^2-8k\geq 0$

∴$1-4k\geq 0$，

∴$k\leq\frac{1}{4}$.

∴当 $k\leq\frac{1}{4}$时，原方程有两个实数根.

(2)假设存在实数 k 使得 $x_1 \cdot x_2-x_1^2-x_2^2 \geqslant 0$ 成立.

∵x_1，x_2 是原方程的两根，

∴$x_1+x_2=2k+1$，$x_1 \cdot x_2=k^2+2k$.

由 $x_1 \cdot x_2-x_1^2-x_2^2 \geqslant 0$，

得 $3x_1 \cdot x_2-(x_1+x_2)^2 \geqslant 0$.

∴$3(k^2+2k)-(2k+1)^2 \geqslant 0$，

整理得：$-(k-1)^2 \geqslant 0$，

∴只有当 $k=1$ 时，上式才能成立.

又∵由(1)知 $k\leq\frac{1}{4}$，

∴不存在实数 k 使得 $x_1 \cdot x_2-x_1^2-x_2^2 \geqslant 0$ 成立.

类型之五　一元二次方程的创新应用

12．对于实数 a，b，定义运算“*”：$a*b=\begin{cases}a^2-ab（a\geq b）\\ ab-b^2（a<b）\end{cases}$，例如：4*2，因为 4＞2，所以 $4*2=4^2-4\times 2=8$.若 x_1，x_2 是一元二次方程 $x^2-5x+6=0$ 的两个根，则 $x_1*x_2=$__－3 或 3__.

13．已知整数 $k<5$，若△ABC 的边长均满足关于 x 的方程 $x^2-3\sqrt{k}x+8=0$，则△ABC 的周长是__6 或 12 或 10__.

类型之六　一元二次方程的创新应用