圆

24.1　圆的有关性质

24．1.1　圆　[见 B 本 P36]

A 基础达标

1．下列命题正确的有(　C　)

(1)半圆是弧；

(2)弦是圆上两点之间的部分；

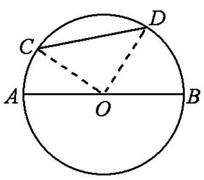
(3)半径是弦；

(4)直径是最长的弦；

(5)在同一平面内，到定点的距离等于定长的点都在同一个圆上．

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【解析】(1)弧是圆上任意两点间的部分；任意一条直径的两个端点在圆上把圆分成两条弧，每一条弧叫做半圆，因此(1)是正确的命题．(2)弦是连接圆上任意两点的线段，不是圆上两点之间的部分，因此(2)是错误的命题．(3)半径是连接圆心与圆上任意一点的线段，不是弦．因此(3)是假命题．(4)直径是过圆心的弦，也是最长的弦．如图所示，AB 是⊙O 的直径，CD 是任意一条不过圆心的弦，连接 OC，OD，在△OCD 中，$OC+OD>CD$，而 $AB=OC+OD$，则 $AB>CD$，因此直径是最长的弦．(5)圆心为 O，半径为 r 的圆可以看成由所有到定点 O 的距离等于定长 r 的点组成的图形，因此(5)正确．所以(1)，(4)，(5)正确，选 C.



2．如图 24－1－1 所示，⊙O 中点 A，O，D 以及点 B，O，C 分别在同一直线上，图中弦的条数为(　A　)

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

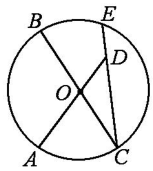


图 24－1－1

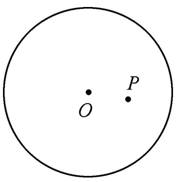


图 24－1－2

3．如图 24－1－2，P 是⊙O 内的一点，P 到⊙O 的最小距离为 4 cm，最大距离为 9 cm，则该⊙O 的直径为(　C　)

A．6.5 cm　B．2.5 cm　C．13 cm　D．不可求

【解析】 过 O，P 作直径 AB，则 $AB=PA+PB=4+9=13$(cm)，故选 C.

4．如图 24－1－4 所示，已知 $\angle AOB=60°$，则 $\triangle AOB$ 是__等边__三角形.

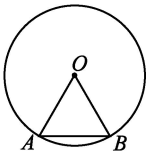


图 24－1－4

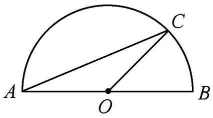


图 24－1－5

5．如图 24－1－5，AB 是⊙O 的直径，AC 是弦，若 $\angle ACO=22°$， 则 $\angle COB$ 的度数等于__$44°$__.

【解析】 ∵$OA=OC$，∴$\angle A=\angle C=22°$，

∴$\angle BOC=\angle A+\angle C=22°\times 2=44°$.

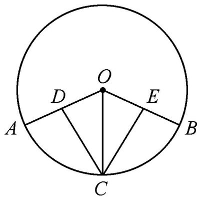


图 24－1－7

6．如图 24－1－7，在⊙O 中，D，E 分别为半径 OA，OB 上的点，且 $AD=BE$，点 C 为弧 AB 上一点，连接 CD，CE，CO，$\angle AOC=\angle BOC$.求证：$CD=CE$.

证明：∵$OA=OB$，$AD=BE$，∴$OA-AD=OB-BE$，即 $OD=OE$.

在 $\triangle ODC$ 和 $\triangle OEC$ 中，$\begin{cases} OD=OE, \\ \angle DOC=\angle EOC, \\ OC=OC, \end{cases}$

∴$\triangle ODC\cong\triangle OEC$，∴$CD=CE$.

能力提升

9．如图 24－1－8 所示，已知⊙O 中，直径 $MN=10$，正方形 $ABCD$ 的四个顶点分别在半径 OM，OP 以及⊙O 上，并且 $\angle POM=45°$，则 AB 的长为__$\sqrt{5}$__.

【解析】 连接 OA，构造 Rt$\triangle OAB$，利用勾股定理，求出 AB 的长．设正方形 $ABCD$ 的边长为 x，则 $AB=BC=CD=x$，又 $\angle POM=45°$，$\angle DCO=90°$，

∴$\angle ODC=\angle POM=45°$，∴$DC=OC=x$，∴$OB=2x$.在 Rt$\triangle OAB$ 中，$AB^2+OB^2=OA^2$，

$OA=\frac{1}{2}MN=5$，即 $x^2+(2x)^2=5^2$，∴$x=\sqrt{5}$.

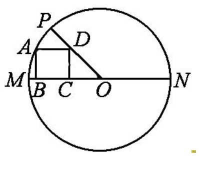


图 24－1－8

24．1.2　垂直于弦的直径

A 基础达标

1．下列命题错误的是(　B　)

A．平分弧的直径平分这条弧所对的弦

B．平分弦的弦垂直于这条弦

C．垂直于弦的直径平分这条弦

D．弦的中垂线经过圆心

2．如图24－1－13，AB是⊙O的直径，弦$CD\perp AB$，垂足为P，若$CD=8$，$OP=3$，则⊙O的半径为(　C　)

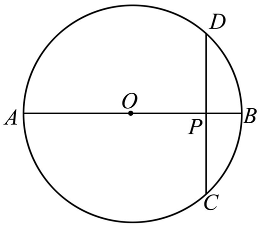


图24－1－13

A．10　　B．8　　C．5　　D．3

3．如图24－1－14，AB是⊙O的直径，弦$CD\perp AB$，垂足为M，下列结论不成立的是(　D　)

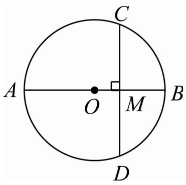


图24－1－14

A．$CM=DM$　B.$\overset{\frown}{CB}=\overset{\frown}{DB}$

C．$\angle ACD=\angle ADC$　D．$OM=MD$

【解析】∵AB是⊙O的直径，弦$CD\perp AB$，垂足为M，

∴M为CD的中点，即$CM=DM$，选项A成立；

B为$\overset{\frown}{CD}$的中点，即$\overset{\frown}{CB}=\overset{\frown}{DB}$，选项B成立；

在△ACM和△ADM中，∵$\begin{cases}AM=AM,\\ \angle AMC=\angle AMD=90^\circ,\\ CM=DM,\end{cases}$

∴△ACM≌△ADM(SAS)，∴$\angle ACD=\angle ADC$，选项C成立；而OM与MD不一定相等，选项D不成立．

4．如图24－1－15，AB是⊙O的弦，$OC\perp AB$于C.若$AB=2\sqrt{3}$，$OC=1$，则半径OB的长为__2__．

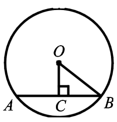


图 24－1－15

【解析】 ∵AB 是⊙O 的弦，$OC\perp AB$ 于 C，$AB=2\sqrt{3}$，∴$BC=\frac{1}{2}AB=\sqrt{3}$.∵$OC=1$，∴在 Rt△$OBC$ 中，$OB=\sqrt{OC^2+BC^2}=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$.

5．如图 24－1－16，在⊙O 中，直径 $AB\perp$ 弦 CD 于点 M，$AM=18$，$BM=8$，则 CD 的长为__24__.

【解析】 如图，连接 OD，∵$AM=18$，$BM=8$，

∴$OD=\frac{AM+BM}{2}=\frac{18+8}{2}=13$，∴$OM=13-8=5$.

在 Rt△ODM 中，$DM=\sqrt{OD^2-OM^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$，

∵直径 $AB\perp$ 弦 CD，∴$CD=2DM=2\times12=24$.

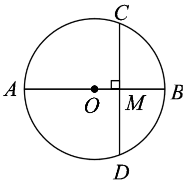
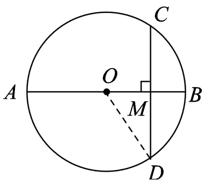


图 24－1－16



第 5 题答图

6．如图 24－1－17，在半径为 13 的⊙O 中，OC 垂直弦 AB 于点 D，交⊙O 于点 C，$AB=24$，则 CD 的长是__8__.

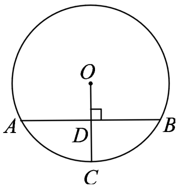
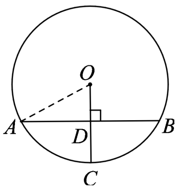


图 24－1－17



第 6 题答图

【解析】 如图，连接 OA，

∵$OC\perp AB$，$AB=24$，∴$AD=\frac{1}{2}AB=12$.

在 Rt△AOD 中，∵$OA=13$，$AD=12$，∴$OD=\sqrt{OA^2-AD^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$，∴$CD=OC-OD=13-5=8$.

10．绍兴是著名的桥乡，如图 24－1－21，圆拱桥的拱顶到水面的距离 CD 为 8 m，桥拱半径 OC 为 5 m，则水面宽 AB 为(　D　)

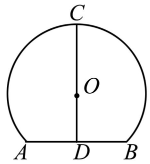


图 24－1－21

A．4 m　　　　　　　　B．5 m

C．6 m　　D．8 m