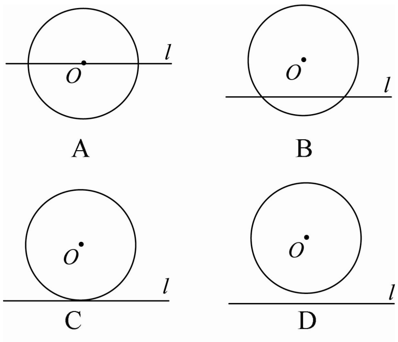
直线和圆的位置关系

第 1 课时　直线和圆的位置关系

A 基础达标

1．已知⊙O 的半径为 5，圆心 O 到直线 l 的距离为 3，则反映直线 l 与⊙O 的位置关系的图形是(　B　)



【解析】 ∵⊙O 的半径 r 为 5，圆心 O 到直线 l 的距离 d 为 3，且 $0<d<r$，∴直线 l 与⊙O 的位置关系是相交且直线 l 不经过圆心．

2．已知圆的半径是 5 cm，如果圆心到直线的距离是 5 cm，那么直线和圆的位置关系是(　B　)

A．相交　　B．相切　　C．相离　　D．内含

【解析】 $d=r=5$ cm，故选 B.

3．[2013·青岛]直线 l 与半径为 r 的⊙O 相交，且点 O 到直线 l 的距离为 6，则 r 的取值范围是(　C　)

A．$r<6$　B．$r=6$

C．$r>6$　D．$r\geqslant 6$

【解析】∵直线 l 与半径为 r 的⊙O 相交，且点 O 到直线 l 的距离 $d=6$，

∴$r>6$.

4．已知⊙O 的半径为 2，直线 l 上有一点 P 满足 $PO=2$，则直线 l 与⊙O 的位置关系是(　D　)

A．相切　B．相离

C．相离或相切　D．相切或相交

【解析】 当 OP 垂直于直线 l 时，即圆心 O 到直线 l 的距离 $d=2=r$，⊙O 与 l 相切；当 OP 不垂直于直线 l 时，即圆心 O 到直线 l 的距离 $d<2=r$，⊙O 与直线 l 相交，故直线 l 与⊙O 的位置关系是相切或相交.

5．在平面直角坐标系 xOy 中，以点$(-3，4)$为圆心，4 为半径的圆(　C　)

A．与 x 轴相交，与 y 轴相切

B．与 x 轴相离，与 y 轴相交

C．与 x 轴相切，与 y 轴相交

D．与 x 轴相切，与 y 轴相离

6．Rt△ABC 中，∠$C=90°$，$AC=3$ cm，$BC=4$ cm，以 C 为圆心，r 为半径作圆，若圆 C 与直线 AB 相切，则 r 的值为　(　B　)

A．2 cm　B．2.4 cm　C．3 cm　D．4 cm

7．在△ABC 中，已知∠$ACB=90°$，$BC=AC=10$，以 C 为圆心，分别以 5，$5\sqrt{2}$，8 为半径作圆，那么直线 AB 与圆的位置关系分别为__相离__、__相切__、__相交__.

【解析】 C 到 AB 的距离 $d=5\sqrt{2}$.当 $d=5\sqrt{2}>r=5$ 时，直线 AB 与圆相离；当 $d=5\sqrt{2}=r$

时，直线 AB 与圆相切；当 $d=5\sqrt{2}<r=8$ 时，直线 AB 与圆相交．

8．已知⊙O 的面积为 $9\pi\ \text{cm}^2$，若点 O 到直线 l 的距离为 π cm，则直线 l 与⊙O 的位置关系是<u>　相离　</u>．

【解析】 因为⊙O 的面积为 $9\pi\ \text{cm}^2$，所以⊙O 的半径 $r=3$ cm，而点 O 到直线 l 的距离 $d=\pi$ cm，所以 $d>r$，所以直线 l 与⊙O 相离．

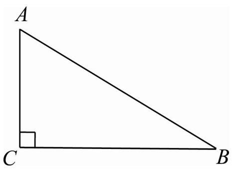


图 24－2－7

9．如图 24－2－7，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle A=60°$，$BC=4$ cm，以点 C 为圆心，以 3 cm 长为半径作圆，则⊙C 与 AB 的位置关系是<u>　相交　</u>．

【解析】 在 Rt△ABC 中，因为 $\angle C=90°$，$\angle A=60°$，所以 $\angle B=30°$，所以 $AB=2AC$. 由勾股定理得 $AC^2+BC^2=AB^2$，即 $AC^2+4^2=4AC^2$，解得 $AC=\frac{4}{3}\sqrt{3}$(负值已舍)，所以 $AB=2AC=\frac{8}{3}\sqrt{3}$.设 C 到 AB 的距离为 CD，则 $CD=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{\frac{4}{3}\sqrt{3}\times 4}{\frac{8\sqrt{3}}{3}}=2\text{ cm}<3\text{ cm}$，所以以点 C 为圆心，以 3 cm 长为半径的⊙C 与 AB 的位置关系是相交．

10．已知 $\angle AOB=30°$，P 是 OA 上的一点，$OP=24$ cm，以 r 为半径作⊙P.

(1)若 $r=12$ cm，试判断⊙P 与 OB 的位置关系；

(2)若⊙P 与 OB 相离，试求出 r 需满足的条件．

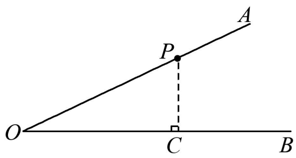
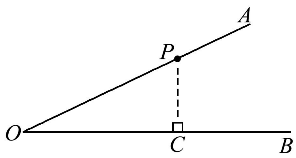


图 24－2－8

解：过点 P 作 $PC\perp OB$，垂足为 C，则 $\angle OCP=90°$.

∵$\angle AOB=30°$，$OP=24$ cm，

∴$PC=OP=12$ cm.



(1)当 $r=12$ cm 时，$r=PC$，

∴⊙P 与 OB 相切，

即⊙P 与 OB 位置关系是相切．

(2)当⊙P 与 OB 相离时，$r<PC$，

∴r 需满足的条件是：$0\text{ cm}<r<12\text{ cm}$.

能力提升

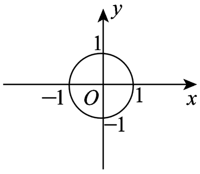


图 24－2－9

11．如图 24－2－9，在平面直角坐标系中，⊙O 的半径为 1，则直线 $y=x-\sqrt{2}$与⊙O 的位置关系是(　B　)

A．相离　　　　　B．相切

C．相交　D．以上三种情况都有可能

12．如图 24－2－10，在平面直角坐标系 xOy 中，若动点 P 在抛物线 $y=ax^2$ 上，⊙P 恒过点 $(0，n)$．且与直线 $y=-n$ 始终保持相切，则 $n=$__$\frac{1}{4a}$__(用含 a 的代数式表示)．

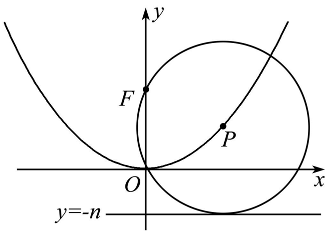
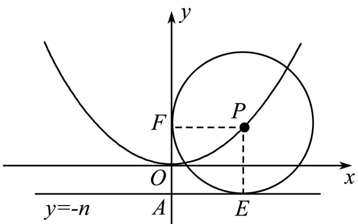


图 24－2－10

【解析】 如图，连接 PF.设⊙P 与直线 $y=-n$ 相切于点 E，连接 PE.则 $PE\perp AE$.



∵动点 P 在抛物线 $y=ax^2$ 上，

∴设 $P(m，am^2)$.

∵⊙P 恒过点 $F(0，n)$，

∴$PE=PF$，即 $m=2n$

又∵$am^2=n$

∴$n=\frac{1}{4a}$.

故答案是$\frac{1}{4a}$.

第 2 课时　切线的判定和性质

A. 基础达标

1．下列结论中，正确的是(　D　)

A．圆的切线必垂直于半径

B．垂直于切线的直线必经过圆心

C．垂直于切线的直线必经过切点

D．经过圆心与切点的直线必垂直于切线

【解析】 根据切线的性质来判断．选项 A 中，只有过切点的半径才与切线垂直；选项 B 中，只有过切点且垂直于切线的直线才经过圆心；选项 C 中，只有垂直于切线的半径才经过切点，所以 A，B，C 都错误，故选 D.

2．如图 24－2－15，AB 是⊙O 的弦，BC 与⊙O 相切于点 B，连接 OA，OB，若∠ABC＝70°，则∠A 等于(　B　)

A．15°　　B．20°　　C．30°　　D．70°

【解析】 ∵BC 与⊙O 相切于点 B，∴OB⊥BC，

∴∠OBC＝90°.∵∠ABC＝70°，∴∠OBA＝∠OBC－∠ABC＝90°－70°＝20°.∵OA＝OB，∴∠A＝∠OBA＝20°.

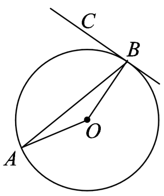


图 24－2－15

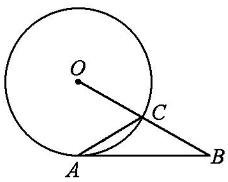


图 24－2－16

3．如图 24－2－16 所示，⊙O 与直线 AB 相切于点 A，BO 与⊙O 交于点 C，若∠BAC＝30°，则∠B 等于(　B　)

A．29°　B．30°　C．31°　D．32°

【解析】 连接 OA，则∠OAB＝90°，又∠CAB＝30°，

∴∠OAC＝60°.又 OA＝OC，

∴△OAC 是等边三角形，∴∠O＝60°，

∴∠B＝30°.

4．如图 24－2－17 所示，线段 AB 是⊙O 上一点，∠CDB＝20°，过点 C 作⊙O 的切线交 AB 的延长线于点 E，则∠E 等于(　A　)

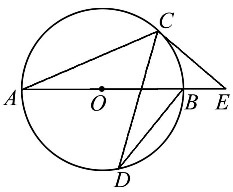


图 24－2－17

A．50° B．40° C．60° D．70°

【解析】 连接 OC，

∵圆心角∠BOC 与圆周角∠CDB 都对弧 BC，

∴∠BOC＝2∠CDB，又∠CDB＝20°，

∴∠BOC＝40°，

又∵CE 为圆 O 的切线，

∴OC⊥CE，即∠OCE＝90°，

则∠E＝90°－40°＝50°.

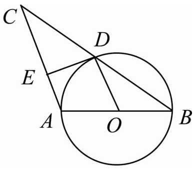


图 24－2－18

5．如图 24－2－18，AB 是⊙O 的直径，BC 交⊙O 于点 D，DE⊥AC 于点 E，要使 DE 是⊙O 的切线，还需补充一个条件，则补充的条件不正确的是(　A　)

A．DE＝DO B．AB＝AC

C．CD＝DB D．AC∥OD

6．如图 24－2－19，以 O 为圆心的两个同心圆中，大圆的弦切小圆于点 C，若∠AOB＝120°，则大圆半径 R 与小圆半径 r 之间满足(　C　)

A．$R=\sqrt{3}r$ B．$R=3r$

C．$R=2r$ D．$R=2\sqrt{2}r$

【解析】 连接 OC，因为大圆的弦切小圆于点 C，所以 OC⊥AB，又因为 OA＝OB，所以∠$AOC=\frac{1}{2}\times 120°=60°$，所以∠$A$＝30°，所以 OA＝2OC，即 R＝2r，故选 C.

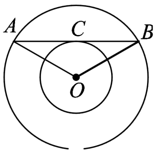


图 24－2－19

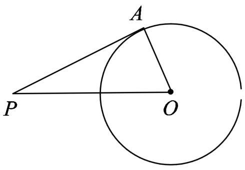


图 24－2－20

7．如图 24－2－20，点 P 是⊙O 外一点，PA 是⊙O 的切线，切点为 A，⊙O 的半径 OA＝2 cm，∠P＝30°，则 PO＝__4__cm.

8．如图 24－2－21，从⊙O 外一点 A 引圆的切线 AB，切点为 B，连接 AO 并延长交圆于点 C，连接 BC.若∠A＝26°，则∠ACB 的度数为__32°__.

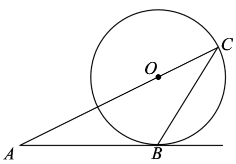


图 24－2－21

9．如图 24－2－23，AB 是⊙O 的直径，O 是圆心，BC 与⊙O 相切于 B 点，CO 交⊙O 于点 D，且 BC＝8，CD＝4，那么⊙O 的半径是__6__.

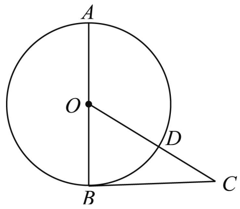


图 24－2－23

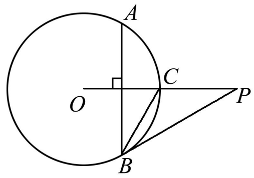
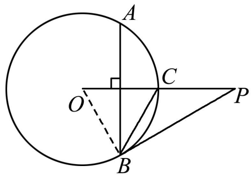


图 24－2－24

10．如图 24－2－24，已知 P 是⊙O 外一点，PO 交⊙O 于点 C，OC＝CP＝2，弦 $AB⊥OC$，劣弧 AB 的度数为 120°，连接 PB.

(1)求 BC 的长；

(2)求证：PB 是⊙O 的切线.



解：(1)连接 OB，∵弦 $AB⊥OC$，劣弧 AB 的度数为 120°，

∴∠COB＝60°，

又∵OC＝OB.

∴△OBC 是正三角形，

∴BC＝OC＝2.

(2)证明：∵BC＝CP，

∴.∠CBP＝∠CPB，

∵△OBC 是正三角形，

∴∠OBC＝∠OCB＝60°.

∴∠CBP＝30°，

∴∠OBP＝∠CBP＋∠OBC＝90°，

∴$OB⊥BP$，

∵点 B 在⊙O 上，∴PB 是⊙O 的切线.

能力提升

11．如图 24－2－25，AD 是⊙O 的弦，AB 经过圆心 O，交⊙O 于点 C，$\angle DAB=\angle B=30°$．

(1)直线 BD 是否与⊙O 相切？为什么？

(2)连接 CD，若 $CD=5$，求 AB 的长．

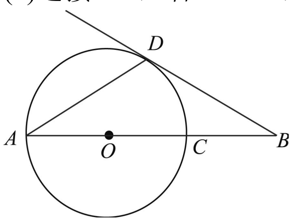
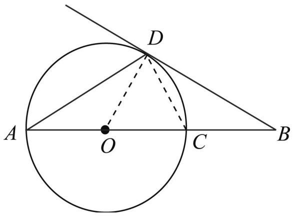


图 24－2－25



第 12 题答图

解：(1)直线 BD 与⊙O 相切．

理由如下：如图，连接 OD，∵$OA=OD$，∴$\angle ODA=\angle DAB=\angle B=30°$，∴$\angle ODB=180°-\angle ODA-\angle DAB-\angle B=180°-30°-30°-30°=90°$，即 $OD\perp BD$，∴直线 BD 与⊙O 相切．

(2)如图，连接 CD，由(1)知，$\angle ODA=\angle DAB=30°$，

∴$\angle DOB=\angle ODA+\angle DAB=60°$．又∵$OC=OD$，

∴△DOC 是等边三角形，∴$OA=OD=CD=5$．

又∵$\angle B=30°$，$\angle ODB=90°$，∴$OB=2OD=10$，

∴$AB=OA+OB=5+10=15$．