同步测试 2

类型之一　二次函数的图象和性质

1．已知二次函数 $y=a(x+1)^2-b(a\neq0)$ 有最小值 1，则 a，b 的大小关系为(　A　)

A．$a>b$　　B．$a<b$

C．$a=b$　D．不能确定

2．二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象如图 22－1 所示，那么一次函数 $y=ax+b$ 的图象大致是(　C　)

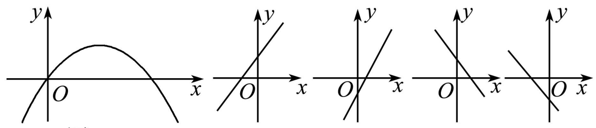


图22-1　A　B　C　D

类型之二　用待定系数法求二次函数解析式

3．如图 22－2，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，过点 A，C，D 作抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$，与 x 轴的另一交点为 E，连接 EC，点 A，B，D 的坐标分别为(－2，0)，(3，0)，(0，4)．求抛物线的解析式．

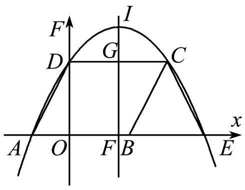


图 22－2

解：由已知点，得 $C(5，4)$．

把 $A(-2，0)$，$D(0，4)$，$C(5，4)$代入抛物线 $y=ax^2+bx+c$，

得 $\begin{cases}4=25a+5b+c,\\0=4a-2b+c,\\4=c.\end{cases}$　解得 $\begin{cases}a=-\dfrac{2}{7},\\b=\dfrac{10}{7},\\c=4.\end{cases}$

所以抛物线的解析式为 $y=-\frac{2}{7}x^2+\frac{10}{7}x+4$.

4．如图 22－3，直线 $y=-x-2$ 交 x 轴于点 A，交 y 轴于点 B，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 A，且经过点 B.

(1)求该抛物线的解析式；

(2)若点 $C\left(m，-\frac{9}{2}\right)$在抛物线上，求 m 的值．

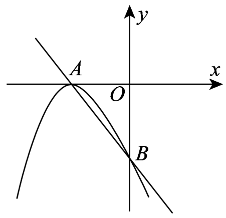


图 22－3

【解析】 (1)先求 A 点、B 点坐标，设抛物线顶点式为 $y=a(x-h)^2+k$，从而求解析式；

(2)把 $C\left(m，-\frac{9}{2}\right)$代入(1)中的抛物线解析式．

解：(1)易求得 $A(-2，0)$，$B(0，-2)$．

设抛物线的解析式为 $y=a(x+2)^2$，

将 $B(0,-2)$代入抛物线的解析式得$-2=4a$，$a=-\frac{1}{2}$，

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+2)^2$，即 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x-2$.

(2)把$\left(m,-\frac{9}{2}\right)$代入 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2$，

得$-\frac{9}{2}=-\frac{1}{2}(m+2)^2$，

$\therefore (m+2)^2=9$，$\therefore m+2=\pm 3$，$\therefore m=1$ 或-5.

类型之三　根据二次函数图象判断与系数有关的代数式的符号

5.已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象如图 22－4 所示，在下列五个结论中：①$2a-b<0$；②$abc<0$；③$a+b+c<0$；④$a-b+c>0$；⑤$4a+2b+c>0$，错误的个数有(　B　)

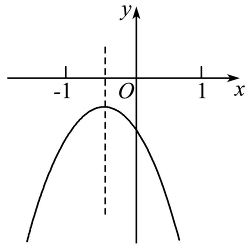


图 22－4.

A．1 个　B．2 个

C．3 个　D．4 个

【解析】①∵函数图象开口向下$\therefore a<0$，∵函数的对称轴 $x=-\frac{b}{2a}<0$，且$\frac{-b}{2a}>-1$　$\therefore -b<-2a$　$\therefore b>2a$

即 $2a-b<0$，即①正确.

②∵$a<0$，对称轴在 y 轴左侧，a，b 同号，图象与 y 轴交于负半轴，则 $c<0$，故 $abc<0$；②正确；

③当 $x=1$ 时，$y=a+b+c<0$，③正确；

④当 $x=-1$ 时，$y=a-b+c<0$，④错误；

⑤当 $x=2$ 时，$y=4a+2b+c<0$，⑤错误；

故错误的有 2 个.

故选 B.

6．如图 22－5 是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的一部分，其对称轴为 $x=-1$，且过点$(-3,0)$．下列说法：①$abc<0$；②$2a-b=0$；③$4a+2b+c<0$，④若$(-5,y_1)$，$\left(\frac{5}{2},y_2\right)$是抛物线上两点，则 $y_1>y_2$.其中说法正确的是(　C　)

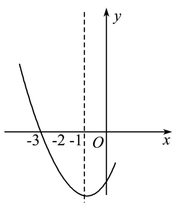


图 22－5

A．①②　B．②③　C．①②④　D．②③④

【解析】 根据图象得出 $a>0$，$b=2a>0$，$c<0$，即可判断①②正确；把 $x=2$ 代入抛物线的解析式即可判断③错误，求出点$(-5，y_1)$关于对称轴的对称点的坐标是$(3，y_1)$，根据当 $x>-1$ 时，y 随 x 的增大而增大即可判断④正确．

类型之四　抛物线的平移、对称

7．将抛物线 $y=x^2+1$ 先向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位，那么所得抛物线的函数关系式是(　B　)

A．$y=(x+2)^2+2$　B．$y=(x+2)^2-2$

C．$y=(x-2)^2+2$　D．$y=(x-2)^2-2$

8．如图 22－6，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 经过平移得到抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-2x$，其对称轴与两段抛物线弧所围成的阴影部分的面积为(　B　)

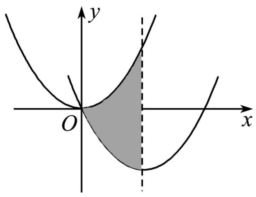
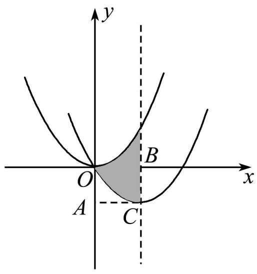


图 22－6

A．2　B．4

C．8　D．16

解：过点 C 作 $CA\perp y$，



∵抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-2x=\frac{1}{2}(x^2-4x)=\frac{1}{2}(x^2-4x+4)-2=\frac{1}{2}(x-2)^2-2$，

∴顶点坐标为 $C(2，-2)$，

对称轴与两段抛物线所围成的阴影部分的面积为：$2\times2=4$，故选 B.

9．如图 22－7，抛物线 $y=ax^2-5ax+4a$ 与 x 轴相交于点 A，B，且过点 $C(5，4)$．

(1)求 a 的值和该抛物线顶点 P 的坐标；

(2)请你设计一种平移的方法，使平移后抛物线的顶点落在第二象限，并写出平移后抛物线的解析式．

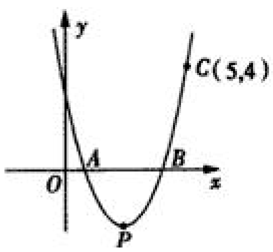


图 22－7

【解析】 (1)把点 $C(5，4)$代入 $y=ax^2-5ax+4a$ 求出 a，通过配方求顶点坐标；(2)第二象限的点横坐标为负，纵坐标为正.

解：(1)把点 $C(5，4)$代入抛物线 $y=ax^2-5ax+4a$ 得 $25a-25a+4a=4$，解得 $a=1$，

∴该二次函数的解析式为 $y=x^2-5x+4$.

∵$y=x^2-5x+4=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$,

∴抛物线顶点坐标为 $P\left(\frac{5}{2},\ -\frac{9}{4}\right)$.

(2)(答案不唯一，合理即正确)如先向左平移 3 个单位，再向上平移 4 个单位，得到抛物线的解析式为 $y=\left(x-\frac{5}{2}+3\right)^2-\frac{9}{4}+4=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$,

即 $y=x^2+x+2$.