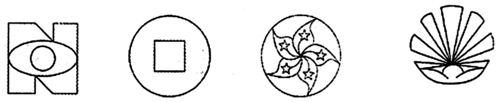
九年级数学上册 同步测试 6

类型之一　中心对称图形与轴对称图形

1．在下列图中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是(　B　)



A　　B　　C　　D

2．下列图形：①平行四边形；②菱形；
③圆；④梯形；⑤等腰三角形；⑥直角三角形；⑦国旗上的五角星．这些图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的有(　B　)

A．1 种　　B．2 种　　C．3 种　　D．4 种

类型之二　图形平移、旋转或轴对称的计算问题

3．如图 23－1，直角三角板 ABC 的斜边 AB＝12 cm，$\angle A$＝30°，将三角板 ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°至三角板 $A'B'C'$ 的位置后，再沿 CB 方向向左平移，使点 B' 落在原三角板 ABC 的斜边 AB 上，则三角板 $A'B'C'$ 平移的距离为(　C　)

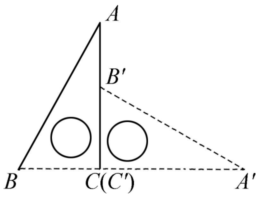


图 23－1

A．6 cm

B．4 cm

C．$(6-2\sqrt{3})$cm

D．$(4\sqrt{3}-6)$cm

【解析】 过 B' 作 $B'D\perp AC$，交 AB 于 D，

则三角板 $A'B'C'$ 平移的距离为 $B'D$，

在△ABC 中，$\angle ACB$＝90°，$\angle A$＝30°，

所以 $BC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 12=6$，$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=6\sqrt{3}$，

由旋转性质知 $B'C=BC=6$，所以 $AB'=6\sqrt{3}-6$，

所以 $B'D=\frac{\sqrt{3}}{3}AB'=\frac{\sqrt{3}}{3}(6\sqrt{3}-6)=6-2\sqrt{3}$.

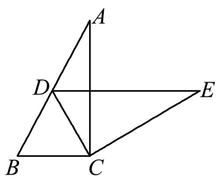


图 23－2

4．如图 23－2，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB$＝90°，$\angle A=\alpha$，将△ABC 绕点 C 按顺时针方向旋转后得到△EDC，此时点 D 在 AB 边上，则旋转角的大小为__2α__.

类型之三　坐标系中的图形变换

5．△ABC 在平面直角坐标系中的位置如图 23－3 所示．

(1)将△ABC向右平移6个单位得到△$A_1B_1C_1$，请画出△$A_1B_1C_1$，并写出点C_1的坐标；
(2)将△ABC绕原点O旋转180°得到△$A_2B_2C_2$，请画出△$A_2B_2C_2$.

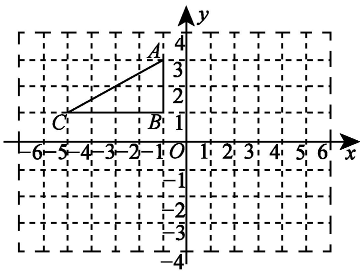
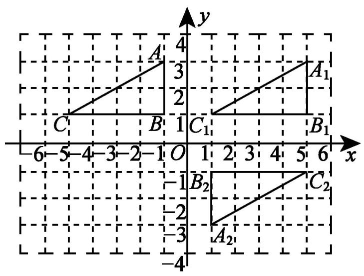


图23－3



第5题答图

【解析】 (1)将△ABC向右平移6个单位即是将三点的横坐标加6；
(2)将△ABC绕原点O旋转180°即是所画图形和原图形关于原点对称.
解：(1)如图所示，点C_1的坐标为(1，1)；
(2)如图所示.
6．△ABC在平面直角坐标系xOy中的位置如图23－4所示.
(1)作△ABC关于点C成中心对称的△$A_1B_1C_1$.
(2)将△$A_1B_1C_1$向右平移4个单位，作出平移后的△$A_2B_2C_2$.
(3)在x轴上求作一点P，使PA_1+PC_2的值最小，并写出点P的坐标(不写解答过程，直接写出结果)

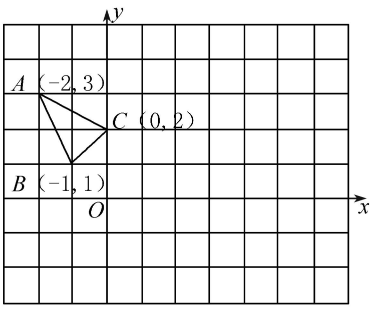
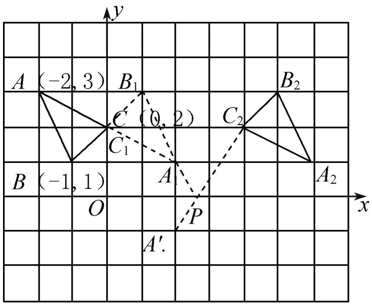


图23－4
解：(1)如图所示：



(2)如图所示：

(3)如图所示：作出 A_1 的对称点 A'，连接 $A'C_2$，交 x 轴于点 P，可得 P 点坐标为($\frac{8}{3}$，0).

类型之四　旋转证明

7．如图 23－5 所示，P 为等边三角形 ABC 内一点，$\angle APB$，$\angle BPC$，$\angle CPA$ 的大小之比是 5∶6∶7，则以 PA，PB，PC 的长为三边的三角形三个内角的大小之比为(　A　)

A．2∶3∶4　　　　B．3∶4∶5

C．4∶5∶6　D．5∶6∶7

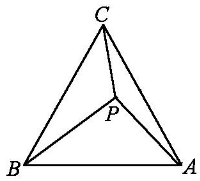
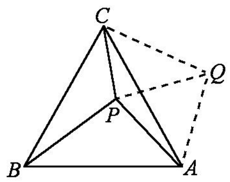


图 23－5



第 7 题答图

【解析】 如图，把△APB 绕顶点 A 顺时针旋转 60° 到△AQC 的位置，连接 PQ，则 $PA=QA=PQ$，$QC=PB$，以 PA，PB，PC 为边长的三角形是△PQC.

由题意，知$\angle APB=100°$，$\angle BPC=120°$，$\angle CPA=140°$，所以$\angle QPC=140°-60°=80°$.而$\angle AQC=\angle APB=100°$，所以$\angle PQC=100°-60°=40°$，从而$\angle QCP=60°$.

故所求三角形的三个内角的大小之比为 2∶3∶4，选 A.

8．如图 23－6，P 是等腰直角△ABC 外一点，把 BP 绕点 B 顺时针旋转 90° 到 BP'，已知$\angle AP'B=135°$，$P'A∶P'C=1∶3$，则 $P'A∶PB=$(　B　)

A．1∶$\sqrt{2}$　B．1∶2　C.$\sqrt{3}$∶2　D．1∶$\sqrt{3}$

【解析】 连接 AP，∵BP 绕点 B 顺时针旋转 90° 到 BP'，∴$BP=BP'$，$\angle ABP+\angle ABP'=90°$，

又∵△ABC 是等腰直角三角形，∴$AB=BC$，$\angle CBP'+\angle ABP'=90°$，∴$\angle ABP=\angle CBP'$.

在△ABP 和△CBP'中，∵$\begin{cases}BP=BP', \\ \angle ABP=\angle CBP' \\ AB=BC,\end{cases}$

∴△ABP≌△CBP'(SAS)，∴$AP=P'C$.

∵$P'A:P'C=1:3$，∴$AP=3P'A$.
连接 PP'，则$\triangle PBP'$是等腰直角三角形，
∴$\angle BP'P=45°$，$PP'=\sqrt{2}PB$.∵$\angle AP'B=135°$，
∴$\angle AP'P=135°-45°=90°$，∴$\triangle APP'$是直角三角形，
设 $P'A=x$，则 $AP=3x$，
根据勾股定理，$PP'=\sqrt{AP^2-P'A^2}=\sqrt{(3x)^2-x^2}=2\sqrt{2}x$，∴$PP'=\sqrt{2}PB=2\sqrt{2}x$，解得 $PB=2x$，
∴$P'A:PB=x:2x=1:2$.故选 B.

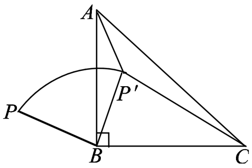


图 23－6

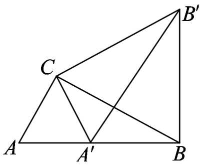


图 23－7

9．如图 23－7，Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle ABC=30°$，$AC=1$，将$\triangle ABC$绕点 C 逆时针旋转至$\triangle A'B'C$，使得点 A'恰好落在 AB 上，连接 BB'，则 BB'的长度为__$\sqrt{3}$__.
10．某校九年级学习小组在探究学习过程中，用两块完全相同的且含 60°角的直角三角板 ABC 与 AFE 按如图(1)所示位置放置，现将 Rt$\triangle AEF$ 绕 A 点按逆时针方向旋转角α($0°<\alpha<90°$)，如图(2)，AE 与 BC 交于点 M，AC 与 EF 交于点 N，BC 与 EF 交于点 P.

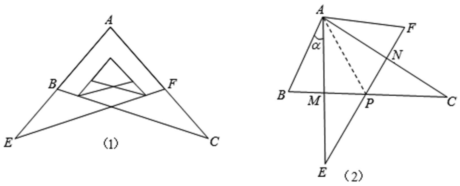


图 23－8

(1)求证：$AM=AN$；
(2)当旋转角$\alpha=30°$时，四边形 $ABPF$ 是什么样的特殊四边形？并说明理由．
解：(1)证明：∵用两块完全相同的且含 60°角的直角三角板 ABC 与 AFE 按如图(1)所示位置放置，现将 Rt$\triangle AEF$ 绕 A 点按逆时针方向旋转角α($0°<\alpha<90°$)，
∴$AB=AF$，$\angle BAM=\angle FAN$，$\angle B=\angle F$.
$\triangle ABM\cong\triangle AFN$(ASA)，
∴$AM=AN$；
(2)当旋转角$\alpha=30°$时，四边形 $ABPF$ 是菱形．
理由：连接 AP，∵$\angle\alpha=30°$，
∴$\angle FAN=30°$，∴$\angle FAB=120°$，
∵$\angle B=60°$，∴$AF\parallel BP$，∴$\angle F=\angle FPC=60°$，
∴$\angle FPC=\angle B=60°$，∴$AB\parallel FP$，
∴四边形 $ABPF$ 是平行四边形，
∵$AB=AF$，
∴平行四边形 $ABPF$ 是菱形．